



Istituto Lombardo Accademia di
Scienze e Lettere
Milano

LA MATEMATICA APPLICABILE

*Giornata di Studio
in memoria di LUIGI AMERIO*

27 ottobre 2011

Abstracts

Sala delle Adunanze - Istituto Lombardo
Palazzo Brera, Via Brera, 28 – Milano

Presentazione del convegno

Questo Convegno è dedicato al professor Amerio che ebbe un fortissimo legame con l'Istituto Lombardo, di cui fu membro per oltre 40 anni, due volte vice presidente e presidente per due tornate, dal 1991 al 1996.

Ha lasciato in eredità all'Istituto, oltre alla sua biblioteca, un cospicuo fondo con i proventi del quale vengono ogni anno assegnati un premio (da attribuirsi ad un matematico italiano che abbia dato contributi di particolare rilievo all'analisi matematica) ed una borsa di studio (destinata ad uno studente di ingegneria particolarmente meritevole), entrambi intitolati a Luigi e Wanda Amerio.

Oltre che Membro del nostro Istituto, è stato Socio Nazionale dell'Accademia dei Lincei, dell'Accademia dei XL, dell'Istituto Veneto, dell'Accademia delle Scienze di Torino e dell'Accademia Ligure.

Amerio si dedicò sempre con passione all'insegnamento e alla promozione e diffusione della cultura matematica.

Questo Convegno, che si articola in due mezze giornate, intende sottolineare l'ampiezza e la molteplicità degli interessi scientifici, spesso coronati da risultati d'eccellenza ed in molti casi pionieristici.

Durante il mattino verranno presentate diverse applicazioni della matematica: dall'economia all'ecologia, dalla fisica alla didattica universitaria. Nel pomeriggio, dopo un ricordo di carattere biografico, seguiranno tre interventi di carattere squisitamente matematico.

L'Istituto vuole anche ricordare un uomo che riuniva al prestigio accademico le doti di una grande umanità, all'autorevolezza l'amicizia, alla cultura specifica della matematica quella più ampia ma sempre profonda delle scienze umane, in particolare della musica.

ore 9.30 - *Saluto del Presidente dell'Istituto Lombardo*

ore 9.40 - Pier Carlo Nicola

(Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere –
Università degli Studi di Milano)

Equilibrio economico generale e dintorni

ore 10.25 – Marino Gatto

(Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere –
Politecnico di Milano)

*Sulle orme di Vito Volterra: ecologia delle popolazioni e
scienze matematiche*

Pausa caffè

ore 11.30 - Luigi Lugiato

(Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere –
Università degli Studi dell'Insubria di Varese)

La Fisica e la matematica si incontrano sul terreno dell'incertezza

ore 12.15 - Massimo Ferri

(Università degli Studi di Bologna)

Geometria, geometrie, ingegneri, allievi ingegneri

Intervallo

ore 14.30 - Claudio Citrini

(Politecnico di Milano)

Luigi Amerio, maestro di scienza e di vita

ore 15.15 - Luc Tartar

(Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere –
Carnegie Mellon University di Pittsburgh)

*On an homogenization effect for a two-dimensional diffusion plus
transport equation*

Pausa caffè

ore 16.20 - Sergio Spagnolo

(Università degli Studi di Pisa)

Sul metodo dell'energia per equazioni di tipo iperbolico

ore 17.05 - Luigi Ambrosio

(Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere –
Scuola Normale Superiore di Pisa)

Alcuni recenti sviluppi della teoria dei gradienti in spazi metrici

ore 17.50 - Conclusioni

Pier Carlo Nicola

Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere – Università degli Studi di Milano

Equilibrio economico generale e dintorni

Economia, moneta e credito, finanza sono tre espressioni spesso fra loro identificate dal grande pubblico. Invece è bene tenerle distinte, in quanto si riferiscono ad attività umane diverse. L'economia è disciplina che studia la produzione, lo scambio e il consumo di beni e servizi; la moneta e il credito, intesi come disciplina, studiano i problemi connessi alla emissione e circolazione della moneta e di strumenti assimilati, nonché l'erogazione di forme creditizie agli operatori economici; la finanza tratta di strumenti, entrati nell'uso da una ventina di anni, con l'intento di affiancare e ampliare la portata degli strumenti creditizi e le connesse forme di risparmio.

Potremmo dire che l'economia è la "macchina", la moneta e il credito sono il "lubrificante" che consente di aumentare il rendimento della macchina, mentre la finanza offre un complesso di "additivi" talvolta utili, se usati con discrezione, ad accrescere ulteriormente un po' il rendimento della macchina.

Questo intervento si rivolge interamente alla "macchina", come fonte primaria di creazione della ricchezza materiale di un Paese.

In economia, diversamente da altre discipline, sono attive varie scuole di pensiero, che danno luogo a diverse teorie e visioni dell'economia. In questa sede intendo concentrarmi su:
teoria dell'equilibrio economico generale;
modelli di tipo Leontief (e von Neumann);
macroeconomia dinamica classica.

L'equilibrio economico generale, tuttora la teoria economica dominante e più flessibile, intende proporre e analizzare modelli in grado di studiare il comportamento di tutti gli agenti economici (consumatori e imprese) che producono, scambiano e consumano migliaia di beni e la compatibilità (equilibrio) fra le mutue azioni di tali agenti.

I modelli di tipo Leontief, spesso rappresentati in forma dinamica, semplificano i modelli di equilibrio generale riconducendoli a strutture lineari, di meno complessa analisi rispetto ai modelli non lineari di equilibrio generale.

La macroeconomia riduce la realtà economia drasticamente, aggregando i beni in uno solo, oltre al lavoro, e propone modelli dinamici di cui si è spesso in grado di analizzare le traiettorie temporali, che possono essere anche estremamente complesse.

Marino Gatto

Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere – Politecnico di Milano

*Sulle orme di Vito Volterra:
ecologia delle popolazioni e scienze matematiche*

Nel 1926, Vito Volterra pubblicò la sua monografia “Variazioni e fluttuazioni del numero d’individui in specie animali conviventi” sulle Memorie dell’Accademia dei Lincei e l’articolo “*Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically*” sulla rivista Nature.

Possiamo dire che in quell’anno nacque l’ecologia quantitativa e in particolare i modelli matematici per l’ecologia di popolazioni interagenti. Tuttavia questo evento non si sarebbe realizzato se Volterra non fosse sempre stato culturalmente molto aperto verso le scienze applicate, in particolare verso la biologia. Lo stimolo gli venne da suo genero, il grande zoologo ed ecologo Umberto D’Ancona. Nella relazione saranno illustrati, sulle orme dei modelli proposti da Volterra, i progressi più recenti nel campo dello studio matematico delle interazioni ecologiche. Particolare riguardo verrà dato ai problemi delle dinamiche temporali complesse, delle reti ecologiche e della formazione e propagazione di configurazioni spaziali. Esempi saranno tratti da varie applicazioni riguardanti la gestione delle specie ittiche, l’ecologia della conservazione, la dinamica spaziotemporale delle malattie.

Luigi Lugiato
Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere
Università degli Studi dell'Insubria di Varese

La Fisica e la matematica si incontrano sul terreno dell'incertezza

Il discorso inizia con un ricordo personale come studente del Professor Luigi Amerio durante il quarto anno del corso di laurea in fisica.

Il corpo principale della presentazione intende fornire una visione dei rapporti tra fisica e matematica dal punto di vista di un fisico teorico. Si parte dalla affermazione comune che la scienza sia il dominio della certezza, sostenendo che sia corretta solo in approssimazione zero, come si vedrà da quanto verrà presentato.

La presentazione è suddivisa in due parti.

Nella prima si illustra, in modo schematico e semplificato, il ciclo di feedback che governa l'evoluzione della fisica. Questo inizia da uno stadio induttivo in cui si collezionano i risultati di svariate esperienze di laboratorio. Siamo qui nel regno della certezza, perché i risultati sono riproducibili.

Il secondo stadio deriva da un poderoso sforzo congiunto di fisici teorici e sperimentali per unificare questi risultati e formulare una teoria fisica. E' a questo punto che fisica e matematica si incontrano perché la matematica fornisce il linguaggio e lo strumento per formulare la teoria. Qui, però, ci si trova al di fuori del dominio della certezza poiché, nonostante il suo assetto solidissimo, la teoria può e deve essere continuamente sottoposta a nuove verifiche.

Nel terzo stadio, di tipo deduttivo, i fisici teorici - partendo dalla teoria o da versioni semplificate di questa (chiamiamoli modelli)- cercano nuovi fenomeni fisici, eventualmente utili anche per successivi sviluppi applicativi, e passano agli sperimentali le previsioni fornite dalle loro indagini.

Nel quarto stadio i fisici sperimentali verificano le previsioni teoriche. Nel caso di verifica positiva, si ha la conferma definitiva del nuovo fenomeno ed eventualmente l'indagine passa nelle mani degli ingegneri per sviluppi applicativi. Nel caso sia negativa, risulta evidente la presenza di errori o difetti nel modello utilizzato e, in casi estremi, un difetto nella teoria stessa, che viene così messa in crisi con conseguenze a volte rivoluzionarie (vedi per esempio il passaggio dalla fisica classica alla fisica quantistica).

La seconda parte della presentazione inizia direttamente dal concetto di incertezza/casualità, che è una connotazione fondamentale per la realtà umana.

La matematica, per il rigore delle sue dimostrazioni, è la roccaforte della certezza, ma d'altra parte ci ha insegnato anche a razionalizzare l'incertezza, introducendo il concetto di probabilità e di teoria statistica. Le cosiddette equazioni stocastiche incorporano l'esistenza della casualità e non conducono ad un risultato preciso, ma ad una distribuzione di probabilità di ottenere un determinato risultato tra tutti i risultati a priori possibili.

In fisica la casualità emerge dalle fluttuazioni che si osservano nei risultati delle misure sperimentali. Queste derivano dalla circostanza che siamo in grado di esercitare solo un controllo limitato sulle condizioni fisiche dei sistemi che osserviamo. Anche qui l'incontro con la matematica avviene sul terreno dell'incertezza ed anche qui è risultato fondamentale ed estremamente fertile permettendo, per esempio, la costruzione della meccanica statistica che ha fornito l'interpretazione microscopica della termodinamica, uno dei pilastri della fisica e della chimica.

Il ruolo della casualità in fisica, e più in generale nella scienza, è stato portato alle estreme conseguenze da una rivoluzione intervenuta nei primi decenni del secolo scorso e da una scoperta sorprendente fatta nella seconda metà del secolo. La rivoluzione è quella, già menzionata prima, dell'avvento della teoria quantistica che è intrinsecamente statistica, nel senso che è espressa puramente ed esclusivamente in termini di probabilità, al contrario delle equazioni della fisica classica che sono deterministiche.

La scoperta sorprendente è quella del caos nei sistemi dinamici nonlineari, un fenomeno che sorge in tutti i campi della scienza, dalla fisica e chimica alle scienze naturali ed ambientali alle scienze sociali ed economiche. Il comportamento caotico, con la imprevedibilità che ne deriva, sorge nell'ambito di equazioni deterministiche che non contengono a priori alcuna sorgente di casualità.

Massimo Ferri
Università degli Studi di Bologna

Geometria, geometrie, ingegneri, allievi ingegneri

Si esaminerà l'evoluzione degli insegnamenti di Geometria nelle Facoltà di Ingegneria, anche in rapporto alle attese dei colleghi ingegneri, dei professionisti nel mondo industriale e degli allievi.

Claudio Citrini
Politecnico di Milano

Luigi Amerio, maestro di scienza e di vita

Si passano dapprima in rassegna i temi di ricerca principali di Luigi Amerio (teoria delle trasformazioni di Laplace, teoria delle serie, calcolo delle variazioni, equazioni differenziali ordinarie non lineari, equazioni alle derivate parziali iperboliche, paraboliche ed ellittiche, metodi per il calcolo numerico delle soluzioni dei problemi al contorno, funzioni quasi periodiche a valori negli spazi di Banach e i problemi differenziali ad esse connessi, problemi di dinamica dei continui con vincoli unilaterali).

Si tratta poi della sua figura di uomo e di maestro, del suo atteggiamento verso i suoi allievi, e, più in generale, dei suoi meriti nella didattica e nella diffusione della cultura matematica.

Luc Tartar

Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere – Carnegie Mellon University di Pittsburgh

On an homogenization effect for a two-dimensional diffusion plus transport equation

Motivated by questions about "turbulent mixing", Gautam IYER has considered an equation of the type $-\Delta w + \psi_y w_x - \psi_x w_y = f$ with Dirichlet data, with bounds independent of the "stream function" ψ of the form $\|w\|_{L^\infty(\Omega)} \leq C(q) \|f\|_{L^q(\Omega)}$ for $q > 2$, and then wondered if an optimal exists. Since his preliminary results and numerical simulations reminded of some homogenization effects which appear in optimization questions, a subject which Francois MURAT and myself introduced in the 1970s, for which I refer to my CIME course in [1], I looked into the matter, and indeed there is an homogenization question behind, but for a non-symmetric situation not covered by the pioneering work of Sergio SPAGNOLO with seminal ideas of Ennio DE GIORGI in the late 1960s. I shall present my partial results, and discuss a possible extension to considering turbulence as an homogenization question, as suggested in my book on the General Theory of Homogenization [2].

[1] Luc TARTAR, An Introduction to the Homogenization Method in Optimal Design. *Optimal Shape Design, Tróia, Portugal, 1998*, 47-156, A. Cellina, A. Ornelas eds., Lecture Notes in Math., Vol. 1740, Fondazione C.I.M.E. Springer-Verlag, Berlin : *Centro Internazionale Matematico Estivo, Florence*, 2000. ISBN 978-3-540-67971-4.

[2] Luc TARTAR, *The General Theory of Homogenization: A Personalized Introduction*, Lectures Notes of Unione Matematica Italiana, vol. 7, Springer 2010, XXII, 471 p. ISBN 978-3-642-05194-4.

Sergio Spagnolo
Università degli Studi di Pisa

Sul metodo dell'energia per equazioni di tipo iperbolico

Un sistema di equazioni lineari si dice iperbolico quando le sue radici caratteristiche sono reali. Per i sistemi *strettamente* iperbolici, cioè quelli in cui le radici caratteristiche sono semplici, il problema di Cauchy è ben posto nella classe C^∞ delle funzioni indefinitamente differenziabili.

La stessa conclusione vale più in generale per tutti i sistemi *uniformemente simmetrizzabili*.

Per tali sistemi è infatti possibile associare ad ogni soluzione $u(t,x)$ un *funzionale dell'energia* $E(t,u)$, equivalente a qualche *norma* di Sobolev, che verifica una disequazione differenziale del prim'ordine. Ne consegue una stima a priori per le soluzioni, la cosiddetta *stima dell'energia*, di cui la buona positura del problema di Cauchy è una conseguenza diretta.

Un altro uso del funzionale dell'energia, nel campo delle equazioni non lineari, è quello di stimare i termini non lineari e quindi di ottenere teoremi di esistenza o di regolarità per tali equazioni.

Nel caso generale di equazioni a caratteristiche multiple, non è possibile definire un'energia equivalente a qualche norma di Sobolev, e non si ha buona positura nello spazio C^∞ ma solo in opportune classi di Gevrey. In questo caso, comunque, è possibile definire un'energia *approssimata*, che in ultima analisi consente di costruire un'energia di *ordine infinito*, equivalente a qualche norma di Gevrey. Usando una tale "energia" si riescono a provare significativi risultati di propagazione della regolarità per equazioni o sistemi non lineari.

In questa conferenza illustreremo, in casi particolari, la costruzione dell'energia approssimata ed i conseguenti risultati di propagazione della regolarità.

Luigi Ambrosio
Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere
Scuola Normale Superiore di Pisa

Alcuni recenti sviluppi della teoria dei gradienti in spazi metrici

Nell'ambito dell'analisi in spazi metrici, molteplici approcci sono stati sviluppati nel tentativo di ottenere una teoria soddisfacente degli spazi di Sobolev e persino un embrione di struttura differenziale a partire da quella metrica.

Illustrerò alcuni recenti sviluppi di questa teoria, nati da recenti lavori in collaborazione con N. Gigli e G. Savare'. La novità del nostro approccio si basa sull'uso di disuguaglianze (ottimali) di dissipazione dell'energia e della teoria dei flussi gradiente; questo consente di unificare vecchie e nuove nozioni deboli di gradiente anche in assenza di ipotesi strutturali (ad esempio doubling, Poincare') sullo spazio metrico di misura

APPUNTI

APPUNTI